FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Naturais e Tecnológicas – Curso de Física Médica

FSC215–Física Matemática I

Turma 11130 – 1° semestre de 2009 (15/abril)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br (http://www.orengonline.com)

NOME DO ALUNO:	NOTA:

PROVA 1 (2)

Valor: 10,0 – Peso: 10.0

1) (Valor: 2,0) Seja o vetor $\vec{\mathbf{r}} = r_x\hat{\imath} + r_y\hat{\jmath} + r_z\hat{\mathbf{k}}$, mostre que seu comprimento é invariante a uma rotação do sistema de coordenadas, verificando

$$\sum_i (r_i)^2 = \sum_i (r_i')^2 \,.$$

Para N dimensões, temos a relação entre os sistemas rodados dada por:

$$V_i' = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial x_i'}{\partial x_j} V_j = \sum_{j=1}^{N} \frac{\partial x_j}{\partial x_i'} V_j = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} V_j \,.$$

2) (Valor: 3,0) Dados os vetores $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$ e $\vec{\mathbf{C}}$,

(**a**)[50%] Verifique a expansão do produto vetorial triplo

$$\vec{\mathbf{A}} \times (\vec{\mathbf{B}} \times \vec{\mathbf{C}}) = \vec{\mathbf{B}}(\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{C}}) - \vec{\mathbf{C}}(\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}) \,, \tag{1}$$

pela expansão direta em coordenadas cartesianas.

(**b**)[50%] Utilize a Eq. (1) e simplifique a seguinte expressão:

$$(\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}})^2 - [(\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}) \times \vec{\mathbf{B}}] \cdot \vec{\mathbf{A}}$$

Dica: cuidado ao aplicar a equação (1) acima.

3) (Valor: 3,0) A derivada direcional é definida por

$$\frac{d\varphi}{ds} = \vec{\boldsymbol{\nabla}}\varphi \cdot \hat{\mathbf{u}} \,,$$

em que ds é o elemento de caminho, $\vec{\boldsymbol{\nabla}}\varphi$ é o gradiente da função escalar φ e $\hat{\mathbf{u}}$ é o vetor unitário na direção de $\frac{d\varphi}{ds}$.

Dada a função $\varphi = x^2y + xz$ e o vetor $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\imath} - 2\hat{\jmath} + \hat{\mathbf{k}}$, encontre:

(**a**)[30%] O gradiente da função φ,

(**b**)[30%] o vetor unitário na direção do vetor $\vec{\mathbf{A}}$, e

(**c**)[40%] a derivada direcional em $(1, 2, -1)$.

4) (Valor: 2,0) Seja a função escalar f e o vetor $\vec{\mathbf{V}}$, mostre que o lado direito da igualdade pode ser obtido pela manipulação (operação) a partir do lado esquerdo da igualdade.

$$\vec{\boldsymbol{\nabla}} \times (f\vec{\mathbf{V}}) = f(\vec{\boldsymbol{\nabla}} \times \vec{\mathbf{V}}) + (\vec{\boldsymbol{\nabla}} f) \times \vec{\mathbf{V}} \,.$$

Documento gerado em 15 de abril de 2009, às 11 h e 49 min.