FÍSICA MÉDICA

Área de Ciências Tecnológicas – Curso de Física: habilitação Física Médica

FSC215–Física Matemática I

Turma 11130 – 1° semestre de 2009 (10/março)

Professor: Gilberto Orengo – orengo@unifra.br

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

1. O vetor $\vec{\mathbf{A}}$, cuja magnitude é 10 unidades, faz ângulos iguais com os eixos coordenados. Encontre A_x, A_y e A_z.
2. Encontre os componentes de um vetor unitário, que está localizado no plano xy e faz ângulos iguais com as direções positivas dos eixos x e y.
3. Uma equação vetorial pode ser reduzida para a forma $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{B}}$. A partir desta afirmação, mostre que uma equação vetorial é equivalente a *três* equações escalares.
   Assumindo a validade da segunda lei de Newton $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ como uma equação vetorial, significa que a_x depende somente de F_x e é independente de F_y e F_z.
4. Os vértices de um triângulo A, B e C são dados pelos pontos $(-1,0,2)$, $(0,1,0)$ e $(1,-1,0)$, respectivamente. Encontre o ponto D tal que a figura $ABCD$ forme um plano paralelogramo.
5. Um triângulo é definido pelos vértices de três vetores, $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$ e $\vec{\mathbf{C}}$ que prolongam-se a partir da origem. Em termos de $\vec{\mathbf{A}}$, $\vec{\mathbf{B}}$ e $\vec{\mathbf{C}}$ mostre que o *vetor soma* dos sucessivos lados do triângulo $(AB + BC + CA)$ é nulo.
6. Uma esfera de raio a está centrada num ponto $\vec{\mathbf{r}}_1$.
   (a) Escreva a equação algébrica para a esfera. (b) Escreva uma equação *vetorial* para a esfera.
7. Mostre que a magnitude (módulo) de um vetor $\vec{\mathbf{A}}$, $A = (A_x^2 + A_y^2)^{1/2}$, é independente da orientação da rotação do sistema de coordenadas,
$$(A_x^2 + A_y^2)^{1/2} = \left[(A'_x)^2 + (A'_y)^2\right]^{1/2}$$
   e independente do ângulo φ. Esta independência angular é expressa dizendo-se que A é *invariante* sob (perante) uma rotação.
8. Prove a condição de ortogonalidade
$$\sum_i a_{ji}a_{ki} = \delta_{jk}\,.$$
   Como um caso especial desta condição, os cossenos diretores satisfazem as relação
$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1\,,$$
   um resultado que também segue da equação $A = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$.

Exercícios a respeito do produto escalar e produto vetorial entre vetores.

9. Qual é o cosseno do ângulo entre os vetores $\vec{\mathbf{A}} = 3\hat{\mathbf{\imath}} + 4\hat{\mathbf{\jmath}} + \hat{\mathbf{k}}$ e $\vec{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{\imath}} - \hat{\mathbf{\jmath}} + \hat{\mathbf{k}}$.
10. Se $\vec{\mathbf{A}} = 4\hat{\mathbf{\imath}} - 3\hat{\mathbf{k}}$ e $\vec{\mathbf{B}} = -2\hat{\mathbf{\imath}} + 2\hat{\mathbf{\jmath}} - \hat{\mathbf{k}}$, encontre a projeção escalar de $\vec{\mathbf{A}}$ sobre $\vec{\mathbf{B}}$, e a projeção escalar de $\vec{\mathbf{B}}$ sobre $\vec{\mathbf{A}}$ e o ângulo entre $\vec{\mathbf{A}}$ e $\vec{\mathbf{B}}$.
11. Seja $\vec{\mathbf{A}} = 2\hat{\mathbf{\imath}} - \hat{\mathbf{\jmath}} + 2\hat{\mathbf{k}}$. (a) Encontre o *vetor unitário* na mesma direção $\vec{\mathbf{A}}$. (b) Encontre um vetor na mesma direção de $\vec{\mathbf{A}}$ mas com magnitude (módulo) 12. (c) Encontre um vetor perpendicular a $\vec{\mathbf{A}}$. *Dica:* são muitos vetores perpendiculares a $\vec{\mathbf{A}}$, encontre um deles. (d) Encontre um vetor unitário perpendicular a $\vec{\mathbf{A}}$.
12. Mostre que $2\hat{\mathbf{\imath}} - \hat{\mathbf{\jmath}} + 4\hat{\mathbf{k}}$ e $5\hat{\mathbf{\imath}} + 2\hat{\mathbf{\jmath}} - 2\hat{\mathbf{k}}$ são ortogonais (perpendiculares). Encontre um terceiro vetor perpendicular a ambos.
13. Mostre que $\vec{\mathbf{B}}|\vec{\mathbf{A}}| + \vec{\mathbf{A}}|\vec{\mathbf{B}}|$ e $\vec{\mathbf{A}}|\vec{\mathbf{B}}| - \vec{\mathbf{B}}|\vec{\mathbf{A}}|$ são ortogonais.
14. Qual é o valor de $(\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}})^2 + (\vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}})^2$?